

El esquema general de la decoherencia como punto de partida para un enfoque basado en valores medios

Mario Castagnino¹ - Sebastian Fortin²

Resumen

Según el enfoque ortodoxo, la decoherencia se produce en un sistema físico, como una partícula o un conjunto de partículas: el fenómeno consiste en la diagonalización de la matriz reducida que representa el estado de tal sistema, y explica su carácter clásico. En este trabajo argumentaremos que, en muchos ejemplos concretos, dicho enfoque resulta insuficiente. Por lo tanto, si la decoherencia pretende dar cuenta de la clasicidad, debe ser redefinida ya no como la diagonalización de la matriz reducida, sino como la desaparición de los términos de interferencia del valor medio de un subespacio de observables. Esta nueva definición amplía el dominio de aplicación de la teoría y da cuenta de los casos que quedan sin explicación en el enfoque ortodoxo.

¹ Universidad de Buenos Aires (UBA) , Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE), Instituto de Física Rosario (IFIR).

² Universidad de Buenos Aires (UBA) , Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE).

El esquema general de la decoherencia como punto de partida para un enfoque basado en valores medios

Mario Castagnino¹ - Sebastian Fortin²

1. Introducción

En este trabajo se expone una revisión de la ontología basada en los estados reducidos de los sistemas cuánticos, y se propone su reemplazo por un enfoque de valores medios siguiendo el siguiente esquema. Primero se resumen las características principales de la matriz reducida y su interpretación como estado del sistema abierto, y se muestra que, si bien este enfoque es intuitivo, también es plausible asignar objetividad a los valores medios con igual efectividad. Luego se comentan las consecuencias de estas dos interpretaciones en el límite clásico y la decoherencia cuántica, donde ambas parecen igualmente apropiadas. No obstante, se muestra también que la interpretación usual (buscar una matriz reducida diagonal que represente al sistema bajo estudio) no es adecuada para describir las propiedades clásicas de los objetos materiales con los que convivimos diariamente. Para ello se comentan ejemplos de la cosmología y de la física del estado sólido. En estos casos la interpretación basada en la objetividad de los valores medios muestra ser exitosa, mientras que la otra presenta dificultades.

2. Los estados en mecánica cuántica

2.1 Sistemas simples

Según el formalismo de la mecánica cuántica, todo sistema tiene asociado un operador de estado $\hat{\rho}(t)$ que lleva toda la información posible acerca del sistema. La representación matemática del estado se realiza en el espacio de Liouville L , y en el caso discreto se puede pensar al operador de estado como una matriz cuyos elementos evolucionan en el tiempo:

¹ Universidad de Buenos Aires (UBA), Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE), Instituto de Física Rosario (IFIR).

² Universidad de Buenos Aires (UBA), Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE).

$$\hat{\rho}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \dots & \rho_{1N}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) & \dots & \rho_{2N}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N1}(t) & \rho_{N2}(t) & \dots & \rho_{NN}(t) \end{pmatrix}$$

La evolución del estado viene dada por la ecuación de Schrödinger (versión von Neumann):

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

donde \hat{H} es el Hamiltoniano del sistema. Cada propiedad física que el sistema puede poseer queda representada por un observable específico \hat{O} que pertenece al espacio dual de L, L' , de modo que el operador \hat{q} representa la posición, el operador \hat{p} representa el momento, etc. Para calcular magnitudes de interés físico, se realizan operaciones algebraicas a partir de los mencionados operadores. Así, por ejemplo, el valor medio de la propiedad representada por \hat{O} , para un sistema en el estado $\hat{\rho}$, se calcula como la traza del producto de ambos operadores (Ballentine 1990):

$$\langle \hat{O} \rangle_{\hat{\rho}} = Tr(\hat{\rho} \hat{O})$$

En el caso de los sistemas simples no hay diferencia sustancial entre conocer el estado y conocer los valores medios de todos los observables que es posible construir:

- (i) dado el estado, se puede calcular el valor medio de cualquier observable, y
- (ii) dado el valor medio de todos los observables, es posible calcular el estado del sistema.

Por lo tanto, en estos casos resulta intuitivo asumir una ontología de estados.

2.2 Sistemas compuestos

En el caso de sistemas compuestos, el estado inicial del sistema total se construye como el producto tensorial de los estados de sus subsistemas simples. En el caso de un sistema de dos partículas, el procedimiento es el siguiente (Landau & Lifshitz 1972):

- Se consideran dos partículas inicialmente separadas (sistemas simples): la partícula 1 en el estado $\hat{\rho}_1(0)$ y la partícula 2 en el estado $\hat{\rho}_2(0)$.
- Se asume que a partir de este momento las dos partículas serán consideradas partes de un sistema compuesto total cuyo estado inicial es $\hat{\rho}_T(0)$.

- Se calcula el estado inicial del sistema compuesto mediante el producto tensorial de los estados iniciales de las partículas originales: $\hat{\rho}_1(0) \otimes \hat{\rho}_2(0) = \hat{\rho}_T(0)$.
- En este punto es posible recuperar el estado de alguna de las partículas mediante una operación algebraica llamada *traza parcial* que consiste en “trazar” (eliminar) los grados de libertad de la otra partícula:

$$\hat{\rho}_1(0) = Tr_2(\hat{\rho}_T(0)) \quad \text{y} \quad \hat{\rho}_2(0) = Tr_1(\hat{\rho}_T(0))$$

- El estado total del sistema evoluciona, como todo sistema cuántico, según la ecuación de Schrödinger:

$$\frac{d\hat{\rho}_T(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}_T(t)]$$

- Se calculan los valores medios del modo usual:

$$\langle \hat{O} \rangle_{\hat{\rho}_T} = Tr(\hat{\rho}_T \hat{O})$$

Con este procedimiento se trabaja normalmente sin inconvenientes. El problema aparece cuando se quiere retomar la idea de partículas componentes del sistema total. Esta idea es sugerida por el hecho de que, en el estado inicial, la traza parcial recupera el estado de cada una de las partículas; sin embargo, la generalización de este procedimiento para todo tiempo es, al menos, controversial. Una vez compuesto el sistema, éste evoluciona como un todo siguiendo la ecuación de Schrödinger de acuerdo con el Hamiltoniano total. Es cierto que se puede tomar la traza parcial del estado total evolucionado y recuperar un ente matemático que tiene el aspecto de un estado y se denomina *estado reducido*:

$$\hat{\rho}_1(t) = Tr_2(\hat{\rho}_T(t)) \quad \text{y} \quad \hat{\rho}_2(t) = Tr_1(\hat{\rho}_T(t))$$

Pero este estado reducido *no evoluciona según la ecuación de Schrödinger*:

$$\frac{d\hat{\rho}_1(t)}{dt} \neq \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_1, \hat{\rho}_1(t)]$$

Sin embargo, en muchos ámbitos, en particular entre los físicos que trabajan en decoherencia, se dice que la partícula 1 puede reidentificarse en el todo: es un sistema cuántico (a pesar de no obedecer a la ecuación de Schrödinger) que está representado por el operador de estado reducido $\hat{\rho}_1(t)$. La dinámica del estado reducido responde a una *ecuación maestra* no unitaria, distinta en cada problema particular.

En el caso de los sistemas compuestos tampoco hay diferencia entre conocer el estado reducido y conocer los valores medios de todos los observables que es posible construir para el sistema:

- (i) dado el estado reducido, se puede calcular el valor medio de cualquier observable de la partícula, y
- (ii) dado el valor medio de todos los observables de la partícula, es posible calcular el estado reducido del sistema.

En este caso también se asume una ontología de estados, si bien ya no parece tan intuitivo como en el caso anterior.

3. La decoherencia como origen del límite clásico

3.1 El límite clásico

El principio de correspondencia establece que debería ser posible recuperar las leyes de la mecánica clásica a partir de las de la cuántica (Belot & Earman 1997). Un modo de establecer el vínculo entre ambas teorías es la utilización de la teoría de deformaciones algebraicas, según la cual es posible “deformar” un álgebra hasta convertirla en otra por medio de algún operador. Con ayuda de esta teoría es posible transformar al estado cuántico $\hat{\rho}$ en un estado análogo al de la mecánica estadística clásica $\rho(q, p)$ que habita el espacio de las fases. Se pretende interpretar esta función como una distribución de probabilidad en el espacio de las fases, que fija la probabilidad de que el sistema posea un par posición-momento clásicos bien definidos. Pero para que este procedimiento funcione es necesario que la matriz $\hat{\rho}$ sea diagonal, ya que en este caso los valores medios de un observable genérico se escriben (Ajjezer & Peletminski 1981):

$$\langle \hat{O} \rangle_{\hat{\rho}(t)} = O_{11}\rho_{11} + O_{22}\rho_{22} + \dots + O_{NN}\rho_{NN}$$

donde sólo aparecen los coeficientes diagonales de $\hat{\rho}$ y \hat{O} . En este caso, el valor medio tiene la misma forma que el valor medio de una mezcla estadística: la suma de los valores que es posible medir multiplicados por la probabilidad de medirlos. En cambio, cuando la matriz $\hat{\rho}$ no es diagonal, aparecen los términos no diagonales (“de interferencia”) que representan la superposición cuántica, sin análogo alguno en mecánica clásica: el valor medio ya no puede interpretarse como una mezcla estadística. De ahí el esfuerzo de la física por encontrar un proceso que diagonalice $\hat{\rho}$.

Otro punto de vista posible, es el que simplemente pide que desaparezcan los términos de interferencia *de los valores medios*, sin hacer referencia al estado. Ambas perspectivas son equivalentes porque:

- (i) cuando $\hat{\rho}$ es diagonal, desaparecen los términos de interferencia del valor medio de *todos* los observables, y
- (ii) si desaparecen los términos de interferencia de los valores medios de *todos* los observables, entonces $\hat{\rho}$ es diagonal.

En ambos casos es posible interpretar el valor medio como el de una mezcla estadística.

Sin embargo, si la atención se restringe sólo a *algunos* observables, en lugar de a *todos* ellos, entonces no es necesario $\hat{\rho}$ sea diagonal. Por mencionar un ejemplo simple, se puede tomar el caso de un operador totalmente diagonal, en cuyo valor medio no aparece ningún término de interferencia aunque $\hat{\rho}$ no sea diagonal:

$$\text{Si } \hat{O} \text{ es diagonal} \Rightarrow \langle \hat{O} \rangle_{\hat{\rho}(t)} = O_{11}\rho_{11} + O_{22}\rho_{22} + \dots + O_{NN}\rho_{NN}$$

Aparece entonces una diferencia entre estas dos perspectivas: el enfoque que ontologiza los estados es más restrictiva que el enfoque basado en los valores medios, puesto que exige que los términos de interferencia desaparezcan para *todos* los observables del sistema de interés.

3.2 El límite clásico de sistemas abiertos

La decoherencia es un proceso originalmente concebido para explicar la diagonalización de la matriz reducida. Su versión ortodoxa, la *decoherencia inducida por el ambiente* (*Environment Induced Decoherence*, EID), es un enfoque que se aplica a sistemas abiertos ya que, como su nombre lo indica, considera al sistema bajo estudio S embebido en un ambiente E que induce la decoherencia (Paz & Zurek 2000, Omnès 2002). El sistema compuesto es el universo U : queda claro que, al distinguir las partes S y E , se introduce una partición que equivale a elegir un subespacio de *observables relevantes*. En efecto, U es un sistema cerrado que tiene asociado un espacio de Hilbert H , producto de los espacios de Hilbert que corresponden al sistema propio S (H_S) y al ambiente E (H_E), es decir, $H = H_S \otimes H_E$. El correspondiente espacio de Liouville de U es $L = H \otimes H = L_S \otimes L_E$, donde $L_S = H_S \otimes H_S$ y $L_E = H_E \otimes H_E$. Según el Esquema General de la Decoherencia que hemos formulado recientemente (Castagnino, Fortin,

Laura & Lombardi 2008), EID y el resto de los enfoques decoherentistas se pueden explicar mediante 3 pasos.

1. Un observable genérico de U que pertenece a L se puede escribir como:

$$\hat{O} = \sum_I \hat{O}_S^{(I)} \otimes \hat{O}_E^{(I)} \in L \text{ con } \hat{O}_S^{(I)} \in L_S \text{ y } \hat{O}_E^{(I)} \in L_E$$

En el caso considerado diremos que los observables relevantes son los del sistema S : la parte del operador \hat{O} que actúa sobre el subespacio H_E , que es el que se pretende ignorar, debe ser la identidad $I_E \in L_E$, mientras la parte que actúa sobre H_S no tiene más restricciones que $\hat{O}_S \in L_S$. Por lo tanto, los observables relevantes \hat{O}_R adoptan la siguiente forma:

$$\hat{O}_R = \hat{O}_S \otimes I_E \in O_R$$

donde $O_R \subset L$ es un subconjunto de todos los posibles observables, o sea, sólo los que representan las propiedades del sistema S .

2. Dado un estado $\hat{\rho}(t)$ del sistema completo U , el valor medio de cualquier observable relevante $\hat{O}_R \in O_R$ se escribe:

$$\langle \hat{O}_R \rangle_{\hat{\rho}(t)} = Tr(\hat{\rho}(t)\hat{O}_R)$$

Se define entonces el operador de estado reducido de S , $\hat{\rho}_S(t)$ que se obtiene haciendo la traza parcial sobre los grados de libertad del ambiente:

$$\hat{\rho}_S(t) = Tr_E(\hat{\rho}(t))$$

Con esta definición, dado un estado $\hat{\rho}(t)$, el valor medio $\langle \hat{O}_R \rangle_{\hat{\rho}(t)}$ se puede expresar del siguiente modo:

$$\langle \hat{O}_R \rangle_{\hat{\rho}(t)} = Tr(\hat{\rho}(t)\hat{O}_R) = Tr(\hat{\rho}(t)(\hat{O}_S \otimes I_E)) = Tr(\hat{\rho}_S(t)\hat{O}_S) = \langle \hat{O}_S \rangle_{\hat{\rho}_S(t)}$$

3. La evolución del operador de estado reducido $\hat{\rho}_S(t)$ está dada, en EID, por una ecuación maestra. Evolucionando de este modo, en muchos modelos de sistemas físicos se demuestra que, para **todos** los observables $\hat{O}_R \in O_R$,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle \hat{O}_R \rangle_{\hat{\rho}(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle \hat{O}_S \rangle_{\hat{\rho}_S(t)} = O_{11}\rho_{11} + O_{22}\rho_{22} + \dots + O_{NN}\rho_{NN}$$

Por lo tanto,

$$\hat{\rho}_S(t) \rightarrow \hat{\rho}_{S^*}: diagonal$$

Según el criterio usual se dice que, como luego de un tiempo *la matriz* $\hat{\rho}_S(t)$ *evoluciona a* $\hat{\rho}_{S^*}$ *diagonal, entonces se dio un proceso de decoherencia* (Paz & Zurek 2002). En estos casos se asume una ontología de estados por tradición en el tratamiento de sistemas compuestos. Esto equivale a pensar que $\hat{\rho}_{S^*}$ representa el estado de una parte del sistema total, y que esta parte se volvió clásica. Cabe insistir en que esta parte se piensa de un modo bastante concreto, ya que $\hat{\rho}_{S^*}$ representa una de las partículas del sistema. Como el estado $\hat{\rho}_{S^*}$ se volvió diagonal y representa una partícula, entonces se puede decir que esta partícula se volvió clásica.

Como vemos en paso 3 del enfoque general, en este caso el punto de vista ortodoxo, que ontologiza el estado reducido, conduce al mismo resultado que el enfoque de valores medios, según el cual *se obtiene decoherencia cuando en los valores medios de los observables relevantes no aparecen términos de interferencia*. Una vez más, vemos que ambos enfoques coinciden cuando se consideran todos los observables de una partícula. No obstante, como veremos, la perspectiva de valores medios permite elegir subespacios de observables más generales.

4. Problemas conceptuales del enfoque EID

Existen diversos problemas conceptuales en el enfoque de la decoherencia dado por EID. A continuación se comentarán brevemente sólo los que son relevantes para este trabajo.

4.1 El problema de los sistemas cerrados

Una de las dificultades de EID es que no se puede aplicar a sistemas cerrados, ya que estos sistemas carecen de un ambiente con el cual interactuar (Zurek 1994). Por lo tanto, el formalismo de EID no se puede aplicar directamente a un sistema como, por ejemplo, el universo. Este problema se suele ignorar dividiendo al sistema de un modo abstracto: se considera “sistema” a ciertos grados de libertad y “ambiente” al resto.

Un ejemplo claro es el modelo cosmológico actual. Cuando se estudian las fluctuaciones generadas durante el período inflacionario de la evolución cósmica, puesto que el universo no interactúa con nada, se distingue entre fluctuaciones escalares y fluctuaciones de tipo tensorial, y se las considera en interacción (Calzetta 2008). De este estudio se concluye que las fluctuaciones tensoriales pueden provocar la pérdida de

coherencia de las primeras, de manera que su tratamiento como fluctuaciones clásicas está justificado.

Considerar ciertos grados de libertad como el sistema en interacción con el resto es equivalente a elegir un subespacio de observables relevantes. En este caso la división no implica una división en grupos de partículas, sino que se trata de una partición abstracta entre los grados de libertad de un mismo sistema. En este caso la interpretación en términos de una ontología de estados reducidos se oscurece, ya que ahora la matriz correspondiente no representa un sistema físico concreto. En cambio, en el enfoque basado en valores medios queda claro que la elección de un subespacio de observables corresponde a observar sólo ciertas propiedades del sistema e ignorar el resto.

4.2 El problema de los sistemas semiclásicos

Otro problema de EID es que no puede dar cuenta de objetos microscópicos que presentan características clásicas y cuánticas a la vez. Un ejemplo típico es el *scuid*. Consideremos (i) un *scuid* S (sistema) con un espacio de Hilbert asociado H_S , y (ii) un ambiente E , constituido por una colección de N partículas a cada una de las cuales corresponde un espacio de Hilbert H_i . El espacio de Hilbert del sistema compuesto total $U = S \cup E$ será $H = H_S \otimes_{i=1}^N H_i$. A partir de la matriz densidad $\hat{\rho}$ puede calcularse la matriz reducida $\hat{\rho}_S$ mediante la traza parcial. Si se pudiese demostrar que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\rho}_S(t) \rightarrow \hat{\rho}_{S^*}: \text{diagonal}$$

entonces luego de la decoherencia el *scuid* sería un objeto clásico y no presentaría ningún aspecto cuántico. Si, por el contrario,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\rho}_S(t) \rightarrow \hat{\rho}_{S^*}: \text{no - diagonal}$$

entonces el criterio usual conduce a afirmar que no hay decoherencia: el *scuid* no se convierte en clásico. No obstante, se sabe que para ciertos observables (posición y velocidad, por ejemplo) el *scuid* es clásico y para otros (campo magnético en su interior) no lo es. Por lo tanto, exigir que $\hat{\rho}_{S^*}$ sea diagonal es una restricción demasiado fuerte y deja sin tratamiento posible a muchos objetos.

Por el contrario, desde el nuevo enfoque general basado en valores medios, la restricción se impone sobre el valor medio de los observables relevantes. Por ello se puede afirmar que los observables de posición y velocidad se volvieron clásicos, pero el

observable asociado al campo electromagnético no presenta decoherencia y conserva su carácter cuántico.

4.3 La alegoría de la casa de electrónica

La exigencia ortodoxa de que la matriz reducida se diagonalice, tomada al pie de la letra, deja fuera de la descripción a la mayoría de los sistemas compuestos cotidianos, no tan extravagantes como el scuid. Por ejemplo, la semana pasada se me descompuso el despertador; como pude concluir que se había quemado un transistor de efecto túnel, fui a una casa de electrónica a comprar un repuesto. Allí el vendedor ubicó su posición con la mirada, lo tomó con la mano, lo confinó en una bolsita y me lo dio. Desde este punto de vista y a los efectos de muchos fines prácticos, este objeto es clásico. Sin embargo, este transistor cuya posición y velocidad puedo determinar sin que ningún principio de indeterminación me lo impida, al ser conectado en un circuito da lugar a efectos cuánticos conocidos como el efecto túnel de los electrones en su interior.

Desde la perspectiva que ontologiza la matriz reducida, estos efectos cuánticos conducirían a afirmar que, puesto que dicha matriz no se ha diagonalizado, no hay decoherencia y el transistor no es clásico. Pero esto deja sin explicar los aspectos clásicos del objeto como, por ejemplo, tener una posición y una velocidad definidas que me permitieron llevarlo a casa en una bolsita y soldarlo en mi despertador. Por el contrario, desde el enfoque de valores medios, el caso del transistor se puede explicar afirmando que algunos observables se convirtieron en clásicos y otros no, sin que importe si la matriz reducida se ha diagonalizado o no. Y esto sucede no sólo con el transistor, sino con todos los objetos macroscópicos cuyos componentes microscópicos se vinculan mediante interacciones cuánticas.

5. Un criterio más abarcativo de decoherencia

En la práctica, los problemas del enfoque EID recién señalados se pueden pasar por alto si, en lugar de centrar la atención en la diagonalización de la matriz reducida que corresponde a un sistema físico, se considera la matriz reducida que corresponde a los grados de libertad de interés. Estos grados de libertad no constituyen la representación de un objeto concreto, como puede ser una partícula o un grupo de ellas, sino que representan un “objeto” abstracto que sólo puede describirse como un conjunto de propiedades. Por lo tanto, si la matriz reducida $\hat{\rho}_S$ no corresponde a ningún sistema

concreto, la utilidad de ontologizarla como estado de un sistema cuántico se desvanece y vuelve confusa la interpretación.

Por otro lado, como hemos visto, según el Esquema General de la Decoherencia se elige un subespacio relevante del espacio total de observables y se estudia cómo evoluciona el valor medio de los observables de dicho subespacio para un estado genérico. En general (en EID), suele elegirse el subespacio de observables correspondiente a una partícula. Pero si se prescinde de esta restricción y se deja la libertad de elegir cualquier subespacio, entonces los problemas señalados anteriormente quedan resueltos y, además, se cuenta con un formalismo aplicable en forma sistemática a cualquier sistema para estudiar su clasicidad.

En definitiva, nuestra propuesta consiste en hablar de *decoherencia según ciertos observables* y no de *decoherencia de una partícula*. Y el mejor modo de hacerlo es considerando los valores medios de los observables, ya que son éstos los que brindan información sobre la naturaleza del sistema estudiado, y no la matriz reducida, que en muchos casos refiere a una entidad abstracta de naturaleza problemática.

5. Conclusiones

A lo largo del presente trabajo se mostró que tanto el enfoque basado en “ontologizar” los estados reducidos como la perspectiva basada en valores medios son adecuadas para describir la física de algunos sistemas cuánticos simples y compuestos. También resultan apropiados para interpretar los casos *típicos* de decoherencia como proceso que conduce al límite clásico. Sin embargo, en muchos ejemplos concretos, la interpretación en términos de una ontología de estados resulta insuficiente. Por lo tanto, si la decoherencia pretende dar cuenta de la clasicidad de los objetos de este mundo, debe ser redefinida ya no como la diagonalización estricta de la matriz reducida, sino como la desaparición de los términos de interferencia del valor medio de los observables de un subespacio relevante. Esta nueva definición, totalmente compatible con el Esquema General de la Decoherencia presentado en trabajos previos, amplía el dominio de aplicación de la teoría y da cuenta de los detalles que quedan sin explicación en el enfoque ortodoxo.

6. Bibliografía.

- Ajjezer, A. I. & Peletminski, S. (1981), *Métodos de la Física Estadística*, Moscú: Mir.
- Ballentine, L. E. (1990), *Quantum Mechanics*, New York: Prentice Hall.
- Belot, G. & Earman, J. (1997), “Chaos out of order: Quantum mechanics, the correspondence principle and chaos”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **28**, 147-182.
- Calzetta, E. & Hu, B. (2008), *Non Equilibrium Quantum Field Theory*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Castagnino, M., Fortin, S., Laura, R. & Lombardi, O. (2008), “A general theoretical framework for decoherence in open and closed systems”, *Classical and Quantum Gravity*, **25**, 154002.
- Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. (1972), *Mecánica Cuántica No-Relativista*, Barcelona: Reverté.
- Omnès, R. (2002), “Decoherence, irreversibility, and selection by decoherence of exclusive quantum states with definite probabilities”, *Physical Review A*, **65**, 052119.
- Paz, J. P. & Zurek, W. (2002), “Environment-induced decoherence and the transition from quantum to classical”, en Heiss (ed.), *Fundamentals of Quantum Information, Lecture Notes in Physics, Vol. 587*, Heidelberg-Berlin: Springer.
- Zurek, W. (1994), “Preferred sets of states, predictability, classicality and environment-induced decoherence”, en J. J. Halliwell, J. Pérez-Mercader and W. H. Zurek (eds.), *Physical Origins of Time Asymmetry*, Cambridge: Cambridge University Press.